バランスボ

バランス木

① 二分木や多分木の変形

❶ データの挿入や削除を繰り返していると、
木の形が変形し、アンバランスな木の形になる。

❷ このようなアンバランスな状態を
避ける仕組みを持った木がバランス木である。

② バランス木の再調整機能

バランス木はデータの挿入や削除によって、
一定の条件以上になると、
分裂や統合によって木全体の構造が
再調整する機能をもっている。

③ バランス木は探索木の一種である。

AVL木

① AVL木は
二分木をもとにしたバランス木である。

② バランス木の特徴

❶ 各節点において、その部分木の左と右の深さの差が
高々一つしか異ならないような二分木である。
❷ 各部分木は左と右の深さの情報をもっている。

③ データの挿入や削除が行われる際に、
木の構造を調整する。

完全二分木

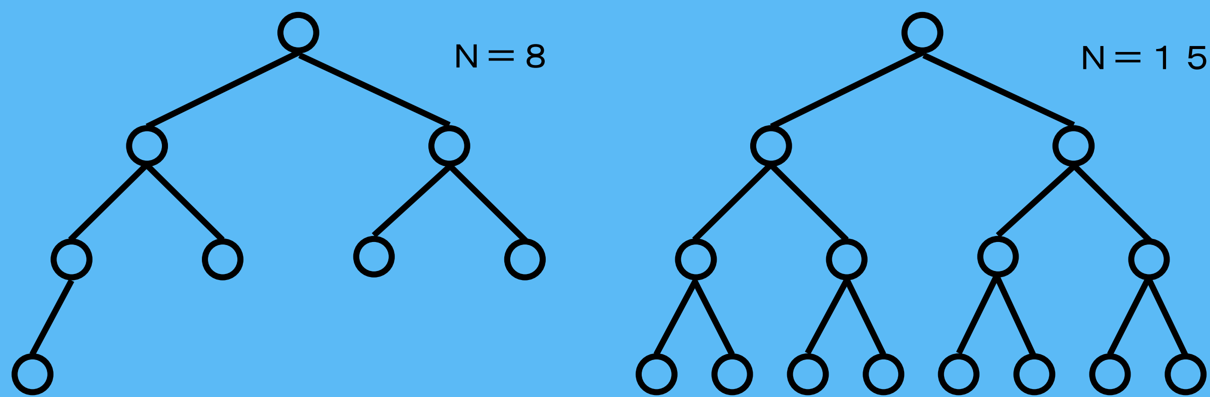
① 完全二分木は
根から葉までの経路の長さが等しい二分探索木をいう。

② 完全二分木が成立するのは、
節の数が2^n－１個の時である。

③ 根から最も遠い葉までの経路の長さと、
根から最も近い葉までの経路の長さの差が
１以下である二分木を完全二分木と定義する。

階層数K＝4の場合の完全二分木

図のような、N＝8からN＝15の範囲の二分木は、
階層数K＝4の完全二分木である。



階層と節点の個数の関係

階層数	節点の個数 最小	最大	最大節点数を求める式 数式
1	1	1	$1=2^1-1$
2	2	3	$3=2^2-1$
3	4	7	$7=2^3-1$
4	8	15	$15=2^4-1$
…	…	…	
K－1	2^{k-2}	$2^{k-1}-1$	
K	2^{k-1}	2^k-1	

階層数をKとし、節点の個数をNとすると、次の式が成立する。

$$N=2^k-1$$

m次の多分木

① m分木の定義

❶ m分木は一つの節が
最大m個の子をもつことができる木構造である。
❷ 各節には、次のキー、ポインタをもつ多分木である。

ⓐ キー　　　　ｍ－１個
ⓑ ポインタ　　ｍ個

② m次のバランス木の条件

❶ 根は2～m個の子を持つ。
❷ 根と葉以外の節は([m／2]～m)個の子を持つ。
[m／2]はm／２以上の最小の整数を表す。
❸ 根からすべての葉までの経路は長さは等しい。
❹ k個の子を持つ親は、(k－1)個のキーを持っている。

③ バランス木の特徴

❶ すべての葉は同じレベルにあって、
キーは持たない。
❷ ２分木は節が値を持っているが、
バランス木は値を持つのは葉だけである。
❸ 葉以外の節は値を持たずキーだけを持っている。
❹ キーとはポインタで示す節の持つ値の範囲を示す。

３次のバランス木の例

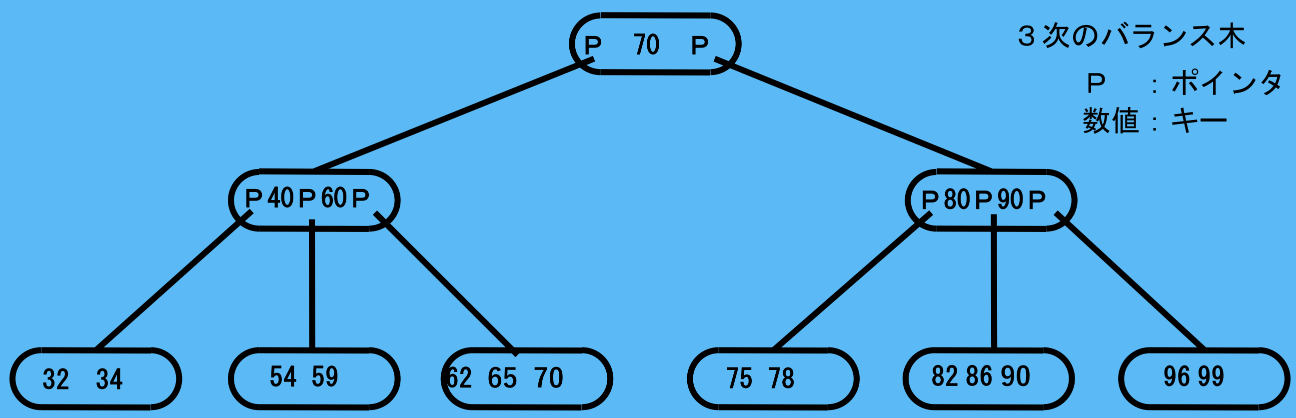
① 各節のキーの数は2である。

② 各節のポインタの数は3である。

③ 根のキー値70のレコードは、
葉62、65、70のグループに含まれる。

④ 節のキー値90のレコードは、
葉82、86、90のグループに含まれる。

３次のバランス木の図


P 70 P
P 40 P 60 P
P 80 P 90 P
32 34
54 59
62 65 70
75 78
82 86 90
96 99
３次のバランス木
Ｐ　：ポインタ
数値：キー

5次の多分木

① 5次の多分木は、
次の特徴をもつバランス木である。

❶ 各節にキー　４個
❷ ポインタ　５個
❸ すべてのレコードは、葉の部分にある。

② 各ノードに配置されたキーを辿ることによって
目的のレコードに到着することができる。

深さが2の場合のキーの数

① ルート部は

❶ ノード　　　　　　１個
❷ キーの数　　最大4個

② 次のレベルは

❶ ノード　　５個
❷ ルート部からのノードの総数は6個

③　その下のレベルの

❶　ノードの数は、
　　５×５＝25

❷　ルート部からのノードの総数は
　　１＋5＋25＝31個

❸　各ノード部には、キーが4個格納される
❹　格納できるキーの総数は、次のようになる。

（1＋5＋25）×４＝31×４＝124個

④　データはすべて葉の部分にあり、
各葉の部分には、
再右端の葉を除いて
５個のデータが格納されている。

⑤　最右端の葉には
４個のデータが格納されている。
データの総数は次のようになる。

２４×５＋4＝１２４

深さが3の場合のキーの数

① 更に、レベルが下がると、

❶ ノードの数が
　　25×5＝125個　追加される

❷ ルート部からのノードの総数は、
　　31＋125＝156

❸ 格納できるキーの総数は
　　(1＋5＋25＋125)×4＝624

② 葉の数は125個であり、

❶ 再右端を除いて各葉には5個のデータがある。
❷ 最右端のデータは4個である。
❸ データの総数は次のようになる。

１２４×５＋４＝６２４

深さがNの場合のキーの数

① ノードの総数は

$S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \cdots + 5^N$ …… ⓐ

$5S = 5 + 5^2 + 5^3 + \cdots + 5^N + 5^{N+1}$ …… ⓑ

② ⓑ − ⓐを求めると

❶ $4S = 5^{N+1} - 1$

❷ $S = (5^{N+1} - 1)/4$

③ 各ノードにはキーが4個であるから、

キーの総数は$5^{N+1} - 1$個となる。