アルゴリズムと計算量

探索アルゴリズムの計算量

① データ数がnの場合、
線形探索を行う場合の
比較回数の最大値はn回である。

② 二分探索を行う場合の比較回数の平均値をKとすると、
次の式が成り立つ

$$2^k \leqq n < 2^{k+1}$$

③ 次ページでkを求める。

④ 平均比較回数kを計算する。

❶両辺の2を底とする対数をとると

$$\log_2 2^k \leqq \log_2 n < \log_2 2^{k+1}$$

$$K \leqq \log_2 n < K+1$$

$$K = [\log_2 n]$$

❷ 平均比較回数kは$[\log_2 n]$となり、
最大比較回数k＋1は次のようになる。

$$K+1 = [\log_2 n]+1$$

⑤ n＝10^8の時の最大比較回数の計算

$$
\begin{aligned}
[\log_2 10^8]+1 &= [8／\log 2]+1 \\
&= [8／0.301]+1 \\
&= [26.6]+1 \\
&= 26+1=27
\end{aligned}
$$

⑥ 最大比較回数は27回となる。

線形探索、二分探索、ハッシュ法の計算量

最大比較回数

データ数	線形探索	二分探索	ハッシュ法
1000	1000	10	1
10000	10000	14	1
10^8	10^8	27	
N	N	$\log_2 N$	$\log_2 N$

バブルソートの計算量

① この方法は比較回数は多いが、
　　特別な作業領域は必要としない特徴がある。

② 要素数nとすると、
　　比較回数Mは次のようにして求まる。

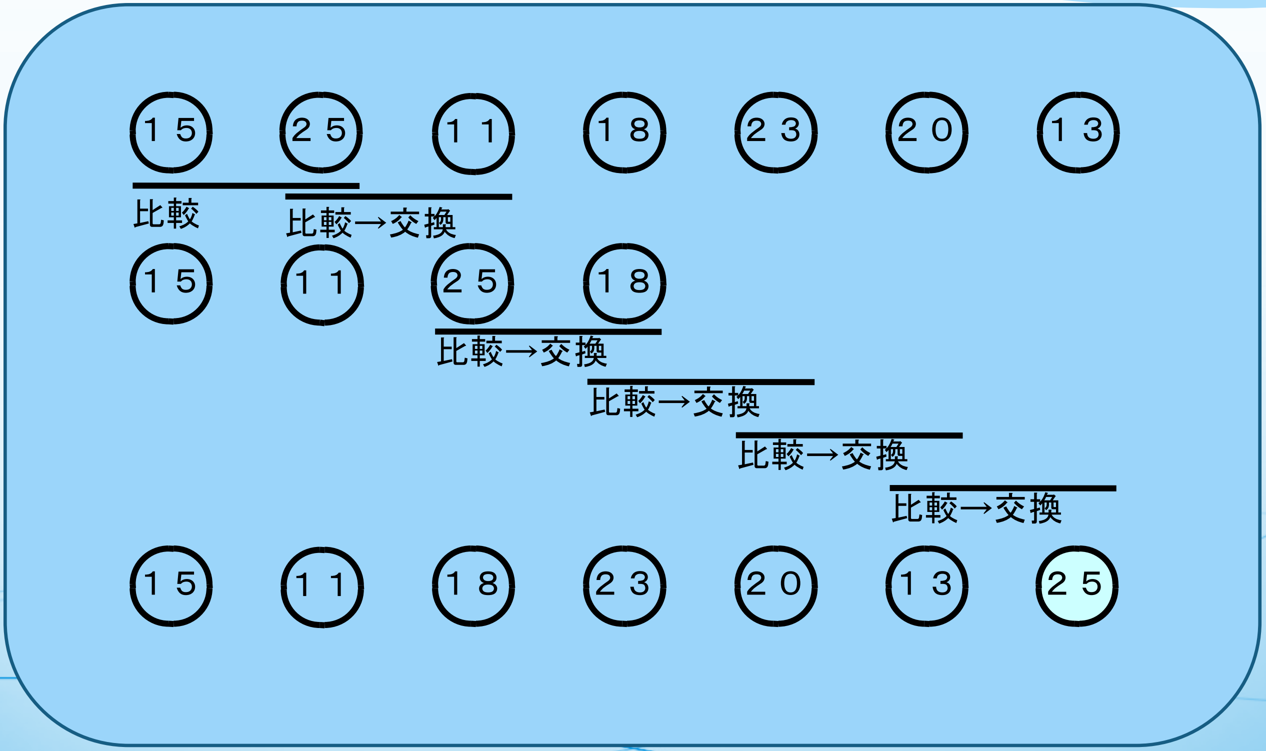
$$
\begin{aligned}
M &= (n-1)+(n-2)+\cdots+2+1 \\
&= (n-1)\times\{(n-1)+1\}/2 \\
&= (n^2-n)/2 \\
&\fallingdotseq n^2/2\text{(回)}
\end{aligned}
$$

③ 操作手順

❶ 手順は左端から順番に隣接要素を比較する。
❷ 左側の要素＞右側の要素の時、
左右の要素を交換する。
❸ この一連の処理で最大の要素が右端に位置する。
❹ 次に残りの要素に対して、
再度左端から比較を行い最大値を右端に置く。
❺ 以上の処理をn－１回繰り返すと昇順に整列する。

④ この場合の計算量はデータ数をnとすると、
n^2に比例する。

バブルソート具体例の図



バブルソートの具体例

① １回目の比較

❶ 15と25を比較する。昇順であり、交換必要なし。
❷ 25と11を比較する。大小が逆で交換する。
❸ 25と18を比較する。大小が逆で交換する。
❹ 25と23を比較する。大小が逆で交換する。
❺ 25と20を比較する。大小が逆で交換する。
❻ 25と13を比較する。大小が逆で交換する。
❼ 25の位置が決定する。

② この場合の比較回数は6回である。

③ 次に、25を除いた残りの6要素について、
同様に比較・交換を行い、23の位置を決定する。

④ この2回目の比較回数は5回となる。

⑤ 以下同様の操作を実行すると、
比較回数は、4回、3回、2回、1回となる。

⑥ 従って、全比較回数は次のようになる。

6＋5＋4＋3＋2＋1＝21(回)

クィックソートの処理要領

①　クィックソートの操作

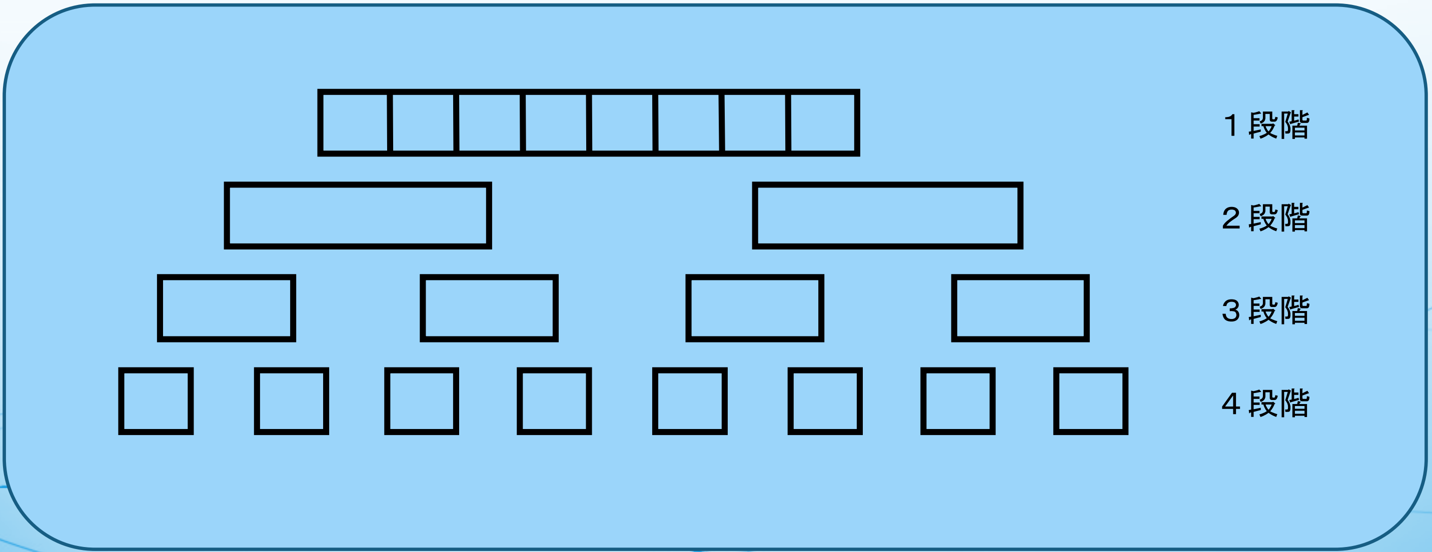
❶　整列対象の要素数をnとし、ある基準値を設定する。
❷　その基準値より大きい要素のグループと
　　　　　　　　　　　　小さい要素のグループに分ける。

②　次の段階の操作

❶　2つのグループにそれぞれの基準値を設定する。
❷　それぞれの基準値より
　　　　　大きい要素のグループを2グループ、
　　　　　小さい要素のグループを2グループ作成する。

③　次の段階では

❶　4グループに対して同じ操作を繰り返す。
❷　各グループの要素数が1になるまで
この操作を繰り返す。



クィックソートの計算量

① データ数がnの場合、

❶ 各グループの要素が１になるまでの
段階数kは次のようにして求める。

❷ 段階数が最小となるのは各段階毎に
データが２等分される場合であるから、
比較回数をkとすると、次式が成立する。

$$2^k \leqq n < 2^{k+1}$$

❸ ２を底とする対数をとると

$$\log_2 2^k \leqq \log_2 n < \log_2 2^{k+1}$$

$$k \leqq \log_2 n < k+1$$

② 故に、k＝[$\log_2 n$]となり、

全体の比較回数はn×[$\log_2 n$]となる。

③ 比較数が最大となるのは、

各段階で基準値によって振り分けられる場合で、

この場合の段階数はnとなり、

比較回数の合計はn^2に比例することになる。

④ クイックソートの計算量は、

データ数をnとして平均比較回数でn×[$\log_2 n$]、

最大比較回数でn^2となる。